

# 厳密結合波解析を用いた色合成用 Volume Phase Holographic (VPH) グレーティングの設計

井上 愛, 才田 有子, 小舘香椎子  
日本女子大学理学部 数物科学科

(2008年2月4日受理)

**要 旨** マルチカラーイメージプロジェクタの発展に伴い、製品の高効率・小型化が要求されている。通常、これらの光学デバイスは、ダイクロイックミラーやカラーフィルタ等で組み立てられており、さらに改良するためには、デバイスの組み合わせ次第で効率の低下や系の小型化が難しくなってしまうといった課題が存在する。このような問題を解決するため、我々は、赤・緑・青の3原色の合成素子として Volume Phase Holographic (VPH) グレーティングを用いることを提案し、検討を加えている。VPH グレーティングを用いることで、低コスト、小型化が実現可能となる。VPH グレーティングは、屈折率変調型の回折格子であり、入射光がブラッグ条件を満たすとき、100%近い効率を得ることができる。さらに、ホログラフィ技術による2光束干渉系と乾式処理による感光材料であるフォトリソグラーフを利用することで、比較的容易に大面積で微細な格子周期をもつ VPH グレーティングを作製することができる。本研究室では、VPH グレーティングを2つのプリズムで挟んだ VPH グリズムという新しい素子を提案しており、すばる望遠鏡の微光天体分光撮像装置 (Faint Object Camera and Spectroscopic: FOCAS) へ搭載するため、高効率 ( $\eta > 80\%$ )、高分解能  $\lambda/\Delta\lambda$  (2000-7900) な VPH グリズムの作製に成功している。さらに、我々は波長多重化装置に近赤外用 VPH グレーティングを応用している。本論文では、3原色 RGB の色合成用 VPH グレーティングの、厳密結合波解析 (Rigorous Coupled Wave Analysis: RCWA) による設計・評価を行ったので、報告する。

**キーワード:** 色合成, ホログラフィ, VPH グレーティング, 厳密結合波解析 (RCWA), R, G, B の合成

## 1. はじめに

今日、カラープリンタやディスプレイ、プロジェクタなどのカラー映像機器の普及に伴い、小型化・高効率化が要求され、色合成技術の研究が盛んに行われている<sup>1)</sup>。本研究室では、先に Damman 格子を用いた RGB の色分離システムを提案し、設計・試作により小型かつ軽量のシステムの構築が可能であることを確認している<sup>2)</sup>。これに引き続き、同様の Damman 格子を用いた色合成システムについて検討を行ってきたが、高い回折効率を得るための最適な設計により提案した色合成システムのサイズは 34.4 cm と大きくなってしまった結果となった<sup>3)</sup>。この課題の解決に向けて、シンプルで小型かつ高効率な色合成システムの構築を目指し、屈折率変調型の Volume

Phase Holographic (VPH) グレーティングに着目した。VPH グレーティングは、記録材料が干渉縞の周期より十分大きな厚みを持つためブラッグ回折が生じ、入射光がブラッグ条件を満たすと 100% 近い高い回折効率を得ることができる。従って、ブラッグ条件から外れるとほとんど透過するという特徴をもっている。そこで、その特徴を活かし、赤 (R)、緑 (G)、青 (B) の3色の光波を適切にブラッグ回折・透過させた色合成デバイスを提案し、検討を行った。本論文では、この色合成用 VPH グレーティングの最適設計について述べる。

## 2. Volume Phase Holographic (VPH) グレーティングを用いた色合成原理

Volume Phase Holographic (VPH) グレーティング<sup>4-8)</sup>は、正弦波形状の屈折率分布をもつ屈折率変調型の厚いホログラフィック格子である。レーザを光源とする2光

束の平行光を記録材料上で干渉させ、正弦波状の屈折率分布を持つ干渉縞を作製することができる。屈折率変調格子の回折効率は、入射波長 $\lambda$ 、格子の周期 $\Lambda$ 、記録材料の屈折率 $n$ に依存し、式 (1) で示されるブラッグ条件により決まる。

$$2n\Lambda \sin \theta = m\lambda \quad (1)$$

特に、Fig. 1 のように、格子周期が入射波長に近づき、膜厚、屈折率変調量などの最適条件が満たされたとき、ブラッグ角入射により 100% に近い 1 次回折効率が得られる。従って、干渉縞をブラッグ角 $\theta_B$ だけ傾けて作製した VPH グレーティングに、波長 $\lambda$ の光をブラッグ入射させると、Fig. 2 に示すようにこの波長の光を $0^\circ$ に出射することができる。

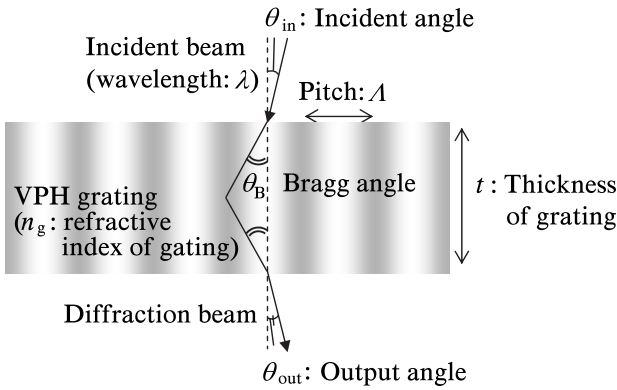


Fig. 1. Bragg diffraction of a VPH grating

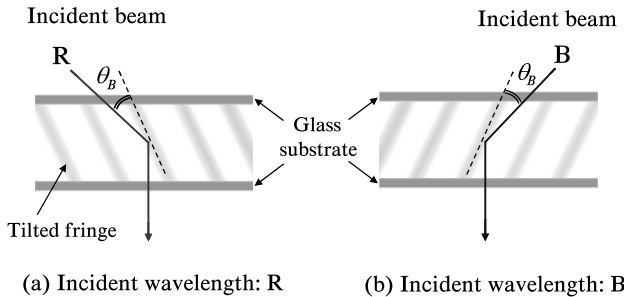


Fig. 2. Bragg diffraction using Volume Phase Holographic grating having diagonal interference fringe

この原理を用い、今回我々は、Fig. 3 に示したように R (赤) と B (青) をそれぞれ $0^\circ$ に出射させる 2 枚の VPH グレーティングを重ね合わせ、この VPH グレーティングに G (緑) を $0^\circ$ 入射して透過させることで、RGB 3 色を同一方向に出射する色合成デバイスを提案する。ここで、R (赤) をブラッグ回折させ、 $0^\circ$ に出射させる VPH

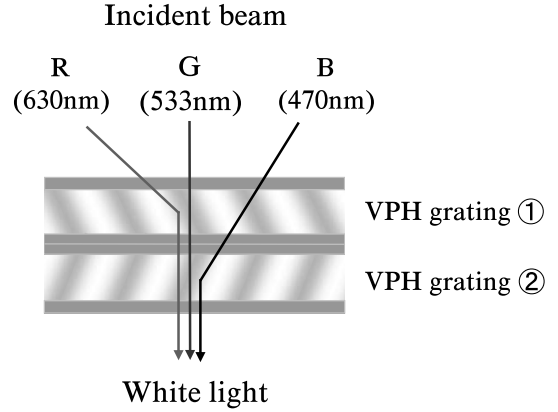


Fig. 3. Concept of color-synthesis device

グレーティングを VPH グレーティング①とし、B (青) をブラッグ回折させ、 $0^\circ$ に出射させる VPH グレーティングを VPH グレーティング②とする。VPH グレーティング①では、G と B の光は入射角度がブラッグ条件を満たさないため透過し、VPH グレーティング②では、R と G の光は入射角度がブラッグ条件を満たさないため透過する。

### 3. 色合成用 VPH グレーティングの設計

色合成用 VPH グレーティングの最適設計を、厳密結合波解析 (Rigorous Coupled-Wave Analysis: RCWA) を用いてシミュレーションにより検討した。VPH グレーティングは厚い膜厚の屈折率変調格子であり、スカラー波の近似による解析は適用できないため、設計には RCWA を用いている。設計条件として、光源は一樣な光強度分布をもつ平面波を仮定し、設計波長を R (630 nm)、G (533nm)、B (470nm) とした。VPH グレーティング①②を RGB 3 色の光が透過した後に、xy-色度図上で白色点が得られるように、最適設計を行った。

#### 3.1 設計アルゴリズム

VPH グレーティングの設計用のパラメータを次のように設定する。RGB の入射波長:  $\lambda_R, \lambda_G, \lambda_B$ , 2 枚の VPH グレーティングの格子周期:  $\Lambda_1, \Lambda_2$ , 記録材料であるフォトリソの屈折率:  $n_p$ , 記録材料をはさんでいる 2 枚のガラス基板の屈折率:  $n_g$ , 2 枚の VPH グレーティングの干渉縞の傾き:  $\theta_1, \theta_2$ , RGB の光の記録材料への入射角:  $\theta_{Rin}, \theta_{Gin}, \theta_{Bin}$ , 2 枚の記録材料の膜厚:  $t_1, t_2$ , 記録材料を挟むガラス基板の厚み GD, 2 枚の VPH グレーティングの屈折率変調量:  $\Delta n_1, \Delta n_2$ 。

ここで、入射波長はそれぞれ  $\lambda_R=630\text{nm}$ ,  $\lambda_G=533\text{nm}$ ,  $\lambda_B=470\text{nm}$ , 格子周期を  $\Lambda_1=\Lambda_2=\Lambda=1\mu\text{m}$ , 記録材料 (フォトリソ) の屈折率を  $n_p=1.536$ , ガラスの屈折

率  $n_g=1.520$  と固定し、それぞれのグレーティングの干渉縞の傾きを算出した。干渉縞の傾きはグレーティング①②の  $R$ ,  $B$  に対するブラッグ角度と同値であるので、ブラッグ条件の式により VPH グレーティング①の干渉縞の傾き  $\theta_1=11.83^\circ$ , VPH グレーティング②の  $\theta_2=8.80^\circ$  と算出した。また、VPH グレーティング①への  $R$  の入射角  $\theta_{Rin}$  は、ブラッグ角分だけさらに角度がつき、両面のガラスによる屈折を考慮すると  $\theta_{Rin}=38.05^\circ$  となり、同様に、②では  $\theta_{Bin}=27.67^\circ$  となる。

以上のパラメータを用い、格子膜厚  $t_1, t_2$  と、屈折率変調量  $\Delta n_1, \Delta n_2$  の最適化を行うことにする。この最適化には、厳密結合波解析 (RCWA) の理論を用い、VPH グレーティング①②の膜厚  $t$ , 屈折率変調量  $\Delta n$  を変化させながら、回折効率および透過効率を算出し、RGB の3色がいずれも高効率を得られるような組み合わせを数値計算によって求めた。最後に、2枚を通過後の3色の効率を算出し、色度図上で3色の合成点を確認した。これらの設計手順を Fig. 4 に示す。

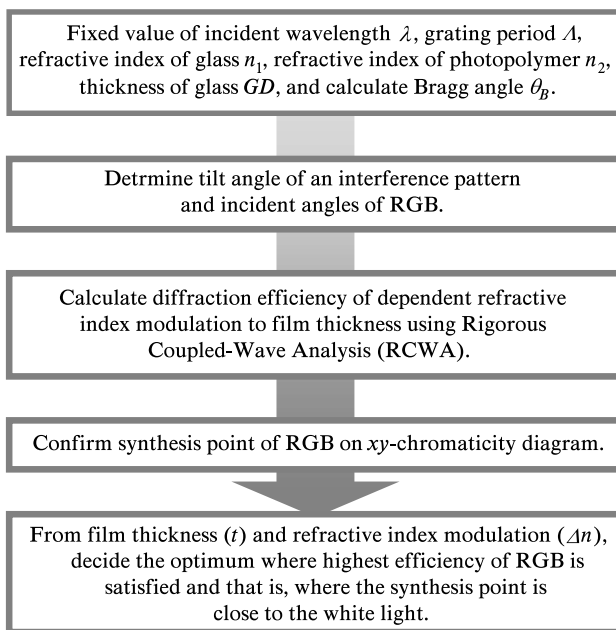


Fig. 4. Procedure for designing VPH grating

### 3.2 厳密結合波解析 (Rigorous Coupled-Wave Analysis: RCWA)

RCWA<sup>9, 10)</sup> は、1980 年代初めに M.G. Moharam と T.K. Gaylord によって提案された微分法の 1 つであり、マクスウェル方程式を境界値問題として定式化する手法である。その後、現在まで理論が洗練されるとともに、計算の速度や正確さの向上に向けて改良が加えられてき

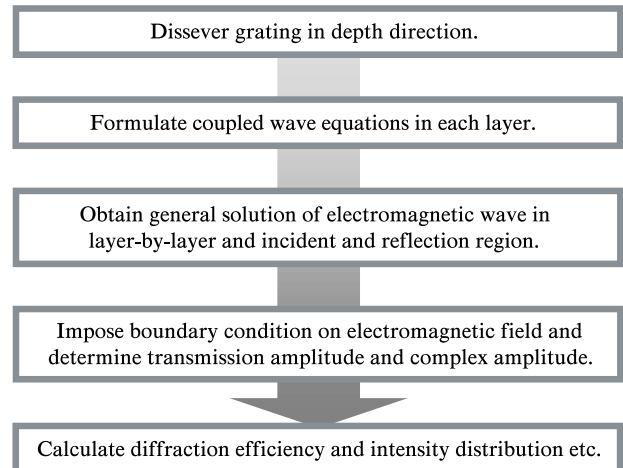


Fig. 5. Algorithm of VPH grating using RCWA

ている。RCWA では、無限に長い誘電体の 1 次元透過型周期格子に直線偏光をもつ単色平面波を入射した場合の回折は問題を TE (Transverse Electric), TM (Transverse Magnetic) の 2 つのモードに分解して取り扱う。Fig. 5 のアルゴリズムに示すように、RCWA による解析では、格子を深さ方向の層に分割し、各層を誘電率分布として表示し、各層におけるマクスウェル方程式を解き、ここで電磁波の一般解を求める。全領域での電磁場の状態を決定し、回折効率や強度分布などを算出する。RCWA は、0 次から任意の高次回折光までを考慮し、また偏光特性やエバネッセント波の影響も考慮することができる。特に、階段状構造や屈折率変調型の格子に対して有効であり、光波の振る舞いにおける厳密な解析が可能である。

### 3.3 格子が斜めに傾いた VPH グレーティングの設計

今回は、Fig. 6 に示すように、層分割した際に各層における屈折率分布の正弦波形状の位相を干渉縞の傾き角に合わせてずらし、VPH グレーティングを設計する方法を用いている。斜めの干渉縞の構成には、膜厚方向の分割数が大きく影響してくるため、数値計算結果が安定する分割数を検討した結果、1 層の厚さを  $\Delta t=0.1 \mu\text{m}$  とした。

RCWA のプログラム内では、格子膜厚  $t$  を深さ方向  $N$  層に分割し、層に順番に番号  $I$  をふっている。また、周期方向の格子に対しては、1 周期分を取り出して検討すればよいので、1 周期を  $NUM$  層に分割し、順番に番号  $J$  をふっているので、 $I=1 \sim N, J=1 \sim NUM$  となる。ただし、プログラム内では  $N$  はレベル数とされているため、層分割数は  $N-1$  となり、実際には  $I=1 \sim (N-1)$  となるが、ここでは表現を簡略化するために  $N$  を層分割数として取り扱うことにする。

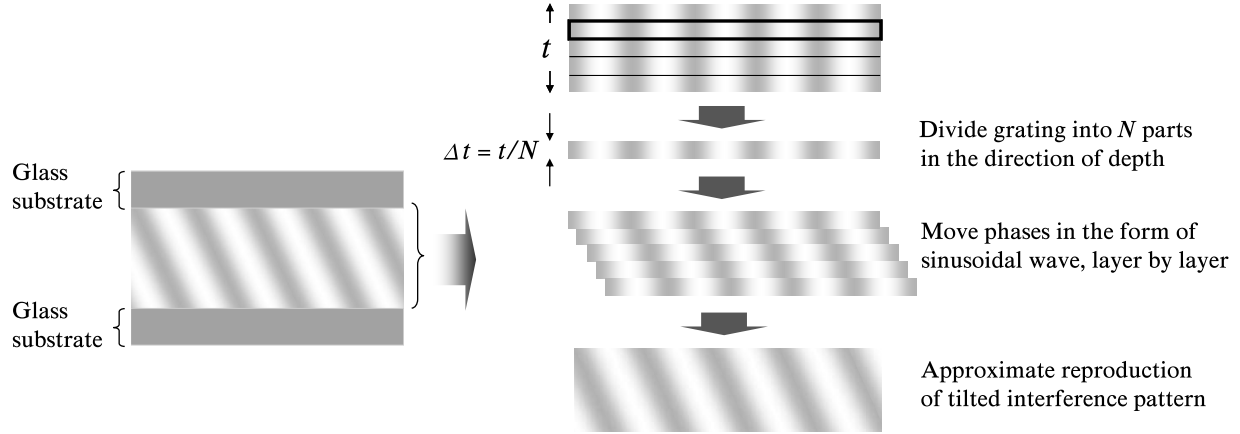


Fig. 6. Analytical technique of VPH grating that an interference fringe by RCWA inclined diagonally

Fig. 7 に示すように、干渉縞の傾き角が  $\theta$  であると仮定すると、 $I=1$  の（最初の層）と  $I=N$  の（最後の層）の位置ずれ  $L_N$  は

$$L_N = t \times \tan \theta \quad (2)$$

$I$  番目の層での位置ずれ  $L_I$  は次式となる。

$$L_I = t \times \tan \theta \times \frac{I}{N} \quad (3)$$

このとき、位相のずれ  $P_I$  は Fig. 7 に示すように、1 周期の大きさが  $\Lambda \cos \theta$  であることから、

$$P_I = 2\pi \times \frac{L_I}{\Lambda / \cos \theta} \quad (4)$$

ここで、1 周期内の  $J$  番目の位相  $P_J$  は次式となる。

$$P_J = 2\pi \times \frac{J}{NUM} \quad (5)$$

干渉縞に傾きがない場合の第  $I$  層の  $J$  分割目における屈折率分布  $NX(I, J)$  は、記録材料であるフォトポリマーの屈折率を  $n$  とし、屈折率変調量を  $\Delta n$  としたとき、式 (6) で表される。

$$NX(I, J) = n + \Delta n \times \sin P_J \quad (6)$$

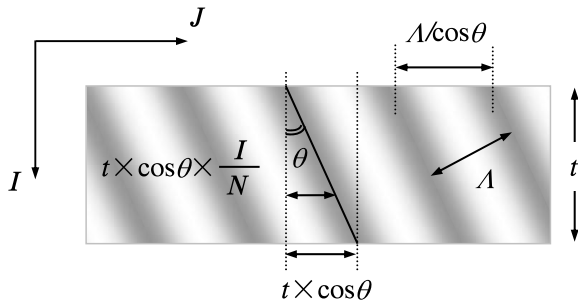


Fig. 7. Configuration of a tilted VPH grating

干渉縞が傾いた場合は、式 (6) の位相  $P_J$  が式 (4) で示した  $P_I$  ずれると考えられる。

したがって、

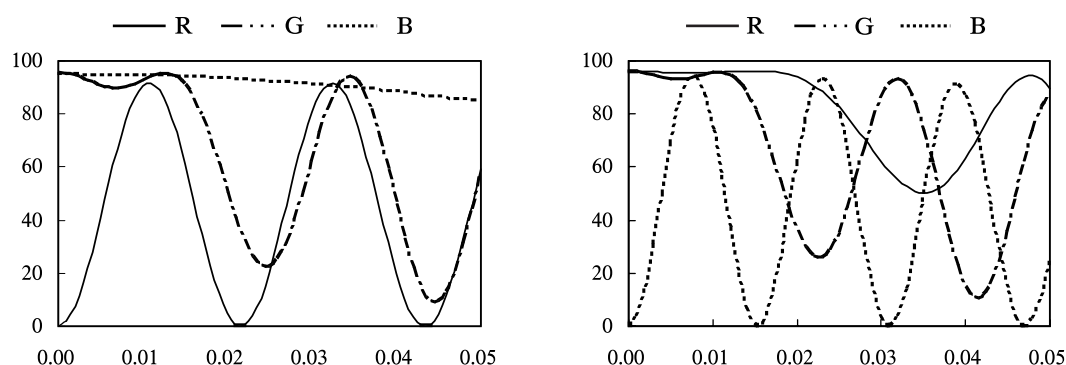
$$NX(I, J) = n + \Delta n \times \sin(P_J + P_I) \quad (7)$$

となる。以上を従来の RCWA のプログラム<sup>11)</sup> に組み、傾きをもった干渉縞の数値計算が可能となった。

#### 4. 色合成用 VPH グレーティングの評価

色合成デバイスを透過後の RGB 3 色の合成点が  $xy$ -色度図上の白色点に最も近く、最も高効率となる膜厚と屈折率変調量の最適な組み合わせを検討するために、TE, TM モードでの RGB 3 色の屈折率変調量依存性の回折効率を算出した。設計パラメータは、入射波長 R (630nm), G (533nm), B (470nm), 格子周期  $1 \mu\text{m}$ , フォトポリマー屈折率 1.536, ガラスの厚み 1.2mm, ガラスの屈折率 1.520 とし、膜厚は厚くなると記録材料の収縮の影響が出てきてしまうため、 $t=10 \sim 30 \mu\text{m}$  まで  $2 \mu\text{m}$  間隔で計算を行い、屈折率変調量は  $\Delta n = 0 \sim 0.05$  まで 0.001 刻みで変化させた。膜厚に対する屈折率変調量依存性の回折効率により、VPH グレーティング①②透過後の最終効率が RGB 3 色ともに高効率となり、かつ、合成点が  $xy$ -色度図上の白色点に近くなる膜厚と屈折率変調量の組み合わせを最適とする。

TE モードにおいて、VPH グレーティング①の膜厚  $t_1 = 28 [\mu\text{m}]$ , 屈折率変調量  $\Delta n_1 = 0.011$ , VPH グレーティング②の  $t_2 = 30 [\mu\text{m}]$ ,  $\Delta n_2 = 0.008$  のとき、Fig. 8 に示すように色合成デバイス透過後の最終的な効率は R : 87.7%, G : 88.4%, B : 88.6% が得られた。同様に、TM モードにおいて、①の  $t_1 = 30 [\mu\text{m}]$ ,  $\Delta n_1 = 0.035$ , ②の  $t_2 = 28 [\mu\text{m}]$ ,  $\Delta n_2 = 0.010$  のとき、R : 85.6%, G : 86.1%, B : 85.7% を得た。したがって、TE, TM モード共に最終的



(a) VPH grating ① (Thickness<sub>1</sub>=28μm, Δn<sub>1</sub>=0.011). (b) VPH grating ② (Thickness<sub>2</sub>=30μm, Δn<sub>2</sub>=0.008).

Fig. 8. Calculation results of refractive-index modulation vs diffractive efficiency (TE mode)

な効率が85%以上になる結果が得られた。

デバイス透過後の光が白色光となっていることを確かめるため、 $xy$ -色度図上の白色点の座標と3色の合成点の座標を比較した。色度図上の座標  $(x, y)$  の計算には、以下の式を用いている<sup>12)</sup>。なお、 $xy$ -色度図上での白色点の座標は、RGB 3色の強度が均一となっている点 ( $x = 0.333...$ ,  $y = 0.333...$ ) である。

$$\begin{cases} X = 2.7689R + 1.7517G + 1.1302B \\ Y = R + 4.5907G + 0.0601B \\ Z = 0.0565G + 5.5943B \end{cases} \quad (8)$$

$$Y = R + 4.5907G + 0.0601B \quad (9)$$

$$Z = 0.0565G + 5.5943B \quad (10)$$

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}, y = \frac{Y}{X+Y+Z} \quad (11)$$

式 (8)~(11) より、デバイス透過後の RGB 3色の合成点の座標を計算した結果、TE モードのとき、 $(x, y) = (0.332476, 0.333155)$ 、TM モードのとき、 $(x, y) =$

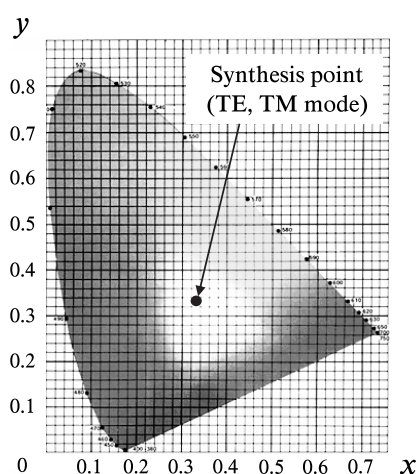


Fig. 9. Synthesis point of RGB beam on the  $xy$  chromaticity diagram

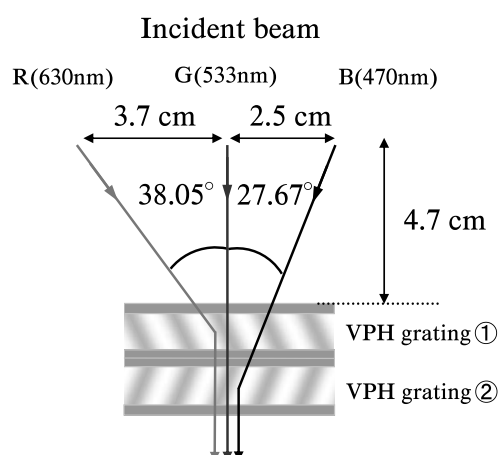


Fig. 10. Design parameter of color synthesis optical system

$(0.333181, 0.334149)$  となり、Fig. 9 に示すように、両モード共に白色点に近い合成点を得ることができた。したがって、2枚の傾斜 VPH グレーティングを組み合わせたデバイスを用いて RGB 3色を合成した結果、白色光が得られることを確認した。

ここで、R, G, B の各光源間の間隔を最小 2.5cm とすると、R の入射角度  $\theta_{Rin} = 38.05^\circ$ 、B の入射角度  $\theta_{Bin} = 27.67^\circ$  であることから、光源とデバイスの間の距離は、Fig. 10 に示すように 4.7cm となった。また、光源に LD を使用し、各光源間を距離を縮めることにより、更なる小型化が可能であると考えられる。

## 5. ま と め

小型かつ高効率な色合成システムの構築を目指し、新たな色合成デバイスとして斜めに傾いた干渉縞の VPH グレーティングの適用に関する検討を行った。最適設計した干渉縞を斜めに傾けた VPH グレーティングを 2 枚



重ねることで、異なる角度で入射した RGB 3 色を同一方向に出射させ、RGB 3 色を合成したときに、高効率な白色光となる膜厚と屈折率変調量の最適な組み合わせを数値計算により検討した。その結果、最終効率 85% 以上、3 色の合成点として白色が得られる VPH グレーティングの設計値を算出した。

今後は、実用に向け光源の発光分布を考慮した最適設計と今回は固定値とした格子周期の最適化を行ったうえで、実際に 2 枚の VPH グレーティングを作製しシステムの評価を行っていく予定である。

#### 参考文献

- 1) 西田信夫 監修：プロジェクターの最新技術。シーエムシー出版 (2005)。
- 2) M. Nagayoshi, K. Oka, W. Klaus, Y. Komai and K. Kodate: Optimal design and evaluation of a color separation grating using rigorous coupled wave analysis. *Jap. J. Appl. Phys.*, **45**(8B), pp.6670-6677 (2006)。
- 3) 唯野 歩, 入沢美沙子, 小館香椎子: 回折光学素子を用いた色合成システム。電子情報通信学会東京支部学生会研究発表会第12回講演論文集, p.12 (2007)。
- 4) K. Oka, A. Yamada, Y. Komai, E. Watanabe, N. Ebizuka, T. Teranishi, M. Kawabata and K. Kodate: Optimization of a volume phase holographic grism for astronomical observation using the photopolymer. *Proc. SPIE*, **5005**, pp.8-19 (2003)。
- 5) K. Oka, N. Ebizuka and K. Kodate: Optimal design of the grating with reflective plate of comb type for astronomical observation using RCWA. *Proc. SPIE*, **5290**, pp.168-178 (2004)。
- 6) M. Kashiwagi, K. Oka, M. Irisawa, N. Ebizuka, M. Iye and K. Kodate: Optimal design and fabrication of high dispersion VPH grism for Subaru Telescope. *Proc. SPIE*, **5290**, pp.168-178 (2004)。
- 7) K. Nakajima, Y. Komai, E. Watanabe, F. Moritsuka, S. Anzai and K. Kodate: Fabrication of near-infrared volume phase holographic grism with high efficiency and high dispersion, and its application to a wavelength demultiplexing device. *Opt. Rev.*, **14**(4), pp.201-207 (2007)。
- 8) P.A. Blanche, P. Gailly, S. Habraken, P. Lemaire and C. Jamar: Volume phase holographic gratings: large size and high diffraction efficiency. *Opt. Eng.*, **43**, pp.2603-2612 (2004)。
- 9) M.G. Moharam and T.K. Gaylord: Diffraction analysis of dielectric surface-relief gratings. *J. Opt. Soc. Am.*, **72**, pp.1385-1392 (1982)。
- 10) M.G. Moharam and T.K. Gaylord: Three-dimensional vector coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. *J. Opt. Soc. Am.*, **73**(9), pp.1105-1112 (1983)。
- 11) 岡 恵子: 厳密結合波解析による微細回折光学素子の光波解析と高分散光素子への応用に関する研究。日本女子大学大学院 理学研究科 博士論文 (2004)。
- 12) 山内二郎, 金沢寿吉 監修: 新編色彩科学ハンドブック。東京大学出版会 (1980)。

# Design of Color-Synthesis Volume Phase Holographic (VPH) Grating Using Rigorous Coupled Wave Analysis

Ai Inoue, Yuko Saida and Kashiko Kodate  
Department of Mathematical and Physical Sciences,  
Faculty of Science, Japan Women's University

(Received February 4, 2008)

**Abstract:** With the development of multicolor image projectors, more efficient and compact appliances are on high demand. These optical devices normally carry cross dichroic mirror or color filter, which present some obstacles to further improvement. Combination of the devices deteriorates efficiency or makes it difficult to create a compact-size appliance. As a solution to the problems, we have been developing to improve Volume Phase Holographic (VPH) grating, which is a compound device of three primary colors of Red, Green and Blue. VPH grating is conducive to cost and size reduction. VPH grating is a type of refractive index grating that can achieve nearly-perfect ( $\approx 100\%$ ) diffraction efficiency when the incident light satisfies the Bragg condition. In addition, a VPH grating with a fine pitch and a large area can be manufactured relatively easily by two-beam holographic inter-ferometers, together with the convenience of dry-processing ability of photopolymer. We proposed a new type of VPH grism which has VPH grating sandwiched by two prisms and fabricated for the Faint Object Camera and Spectroscopic (FOCAS) of Subaru telescope, exhibited excellent performance of high efficiency ( $\eta > 80\%$ ), high resolving power  $\lambda/\Delta\lambda$  (2000-7900). In addition, we applied near-infrared VPH grating to a wavelength de-multiplexing device. In this paper, we report on the design and evaluation of a device to create a color-synthesis VPH grating for the three primary colors of R, G, B using the rigorous coupled wave analysis (RCWA).

**Key words:** color-synthesis, holography, VPH grating, rigorous coupled wave analysis (RCWA), rigorous coupled wave analysis (RCWA), synthesis of red, green, and blue.

